MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária

Prova do Processo Seletivo para o Mestrado 2015/01

1) Se $f(x)=\begin{cases} -(x+1)^2 & \text{para} \quad x<-1 \\ (x-1)^2 & \text{para} \quad x \geq 1 \end{cases}$ e $f^{-1}(x)$ é a função inversa, determinar:

(a) $\quad f(-2)$ (25 %)

$$f(-2) = -(-2+1)^2 = -1$$

(b) $\quad Domínio\left(f^{-1}\right)$ (25 %)

$$Domínio\left(f^{-1}\right) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

(c) $\quad \int_1^2 f(x)\,dx$ (50 %)

$$\int_1^2 f(x)\,dx = \int_1^2 (x-1)^2\,dx = \frac{1}{3}\left[(x-1)^3\right]_1^2 = \frac{1}{3}$$

2) Dado que $\lim_{x\to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$, determinar:

(a) $\quad \lim_{t\to\infty}\left(sen(1/t)\right)$ (30%)

Fazendo w= $1/t$

$$\lim_{t\to\infty}\left(sen(1/t)\right) = \lim_{w\to 0}\left(sen(w)\right) = 0$$

(b) $\lim_{t\to\infty}\left(t\,sen\left(1/t\right)\right)$ (70%)

$$\lim_{t\to\infty}\left(t\,sen\left(1/t\right)\right)=\lim_{w\to 0}\left(\frac{sen(w)}{w}\right)=1$$

3) (a) Calcule a primeira derivada da função $f(x)=\dfrac{e^{\left(1-x^2\right)}}{x}$ (50 %)

$$f'(x)=\frac{xe^{\left(1-x^2\right)}(-2x)-e^{\left(1-x^2\right)}}{x^2}=\frac{-e^{\left(1-x^2\right)}\left(2x^2+1\right)}{x^2}$$

(b) Determine a expressão da reta tangente ao gráfico da função $f(x)=x^3$, pelo ponto $(1,1)$. (50%)

$$y-1=f'(1)(x-1)=3(x-1)\ \Rightarrow\qquad y=3x-2$$

4) Criar um conjunto de n=3 valores para o qual a igualdade abaixo se verifique:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2}{n-1}=0$$

Resposta: A soma dos quadrados dos desvios em relação à média só será zero se todos os valores forem iguais a ela, a média amostral, e, portanto, iguais entre si. Então qualquer resposta com três valores iguais é válida, como, por exemplo, 3, 3, 3. Essa expressão é a variância, que só será igual a zero se todos os valores amostrais forem iguais.

5) Os dados a seguir (valores e frequências) referem-se ao número de empresas falidas em 85 anos em uma determinada região de Minas Gerais. Determinar a média, a moda e a mediana amostrais:

x	F_i
0	35
1	20
2	17
3	6
4	4
5	2
6	1

Resposta: A média, a mediana e a moda são, respectivamente:

$$\bar{X} = \frac{\sum_i x_i F_i}{n} = \frac{104}{85} = 1,2235$$

$$m_d = x_{((n+1)/2)} = x_{(43)} = 1$$

$m_o = 0$ (mais frequente)

6) Descrever a principal diferença entre os métodos de amostragem aleatória simples (ASA) e amostragem estatrificada (AE).

Resposta: A ASA exige que a população seja homogênea e as amostras possíveis são equiprováveis. Já a amostragem estratificada se aplica a populações que são heterogêneas que podem ser subdividida em estratos uniformes (homogêneos) internamente.

7) Sob normalidade a distribuição de $\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)/S$ é a *t* de Student com ν=n-1 graus de liberdade. Obter o intervalo de confiança para μ a partir da afirmativa probabilística dada por:

$$P\left(-t_{\alpha/2;\nu} \leq \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq t_{\alpha/2;\nu}\right) = 1-\alpha$$

sendo $t_{\alpha/2;\nu}$ o quantil superior 100α/2% da distribuição t com ν=n-1 graus para 0<α<1.

Resposta: Para obter o intervalo basta desenvolver a desigualdade conforme mostrado a seguir:

$$P\left(-t_{\alpha/2;\nu} \le \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \le t_{\alpha/2;\nu}\right) = P\left(-t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}} \le \bar{X}-\mu \le t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= P\left(-\bar{X}-t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}} \le -\mu \le -\bar{X}+t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(\bar{X}+t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}} \ge \mu \ge \bar{X}-t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(\bar{X}-t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X}+t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

Logo, temos

$$IC_{1-\alpha}(\mu):\left[\bar{X}-t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X}+t_{\alpha/2;\nu}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

8) Um experimento será conduzido no delineamento em blocos casualizados com a finalidade de avaliar diferentes tipos de adubação sobre o desenvolvimento do cafeeiro. Os tratamentos a ser utilizados são:

Tratamentos (Tipos de adubação)
Sem adubação
Adubo Químico A
Adubo Químico B
Esterco aves
Esterco gado

Formule um conjunto de contrastes ortogonais, indicando também, o significado prático de cada uma das comparações feitas pelos contrastes.

Uma das respostas possíveis é:

(50%)

Tratamentos	Contrastes			
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
Sem adubação	-4	0	0	0
Adubo A	1	-1	-1	0
Adubo B	1	-1	1	0
Esterco aves	1	1	0	-1
Esterco gado	1	1	0	1

(50%)

Y_1 compara sem adubação com adubação

Y_2 compara o efeito dos adubos com o efeito dos estercos

Y_3 compara o adubo A com o adubo B

Y_4 compara o esterco de aves com o esterco de gado

9) Um pesquisador pretende instalar um experimento para avaliar o efeito de doses crescentes de adubação (0, 25, 50, 75 e 100) no desenvolvimento de plantas de uma espécie comercial. Para isso, ele possui material experimental suficiente para utilizar quatro repetições. E, sabe-se que o ambiente experimental possui ligeiro gradiente de heterogeneidade sugerindo a necessidade de se usar algum controle local. Pede-se:

a) (20%) Qual o delineamento experimental adequado para ser utilizado? Justifique.

Delineamento em blocos casualizados, pois a área experimental possui gradientes de heterogeneidade. (Não deve utilizar o delineamento inteiramente casualizado)

b) (10%) Quantos tratamentos existem no experimento?

Cinco tratamentos, as doses 0, 25, 50, 75 e 100.

c) (20%) Quantas parcelas irão existir no experimento?

20 parcelas, formadas por cinco tratamentos e cada um repetido quatro vezes.

d) (20%) É necessário fazer a casualização dos tratamentos nas parcelas? Justifique.

Casualização deve ser feita sempre, é um dos princípios básicos da experimentação, o qual deve estar presente em todos os experimentos.

e) (10%) Quais os princípios básicos da experimentação estão envolvidos nesse experimento?

Repetição, casualização e controle local.

f) (20%) Elabore o esquema de análise da variância com fontes de variação e números de graus de liberdade.

Fontes de Variação	Graus de Liberdade
Blocos	3
Tratamentos	4
Erro	12
Total	19

10) Um experimento foi conduzido para avaliar a produção de grãos (kg) de quatro cultivares de milho, representados por A, B, C e D, cuja análise da variância parcial apresentou o seguinte resultado:

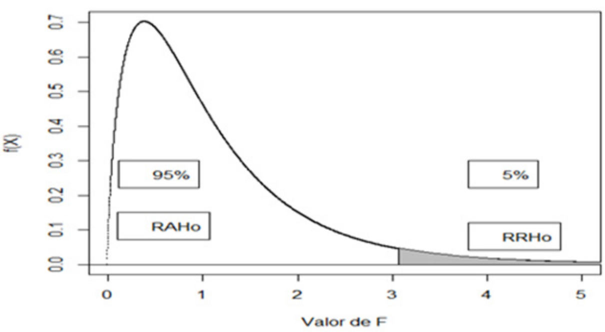
F.V	G.L.	S.Q.	Q.M.	F_c	F_t	Valor p
Blocos	7	1033,2	147,6	2,05	2,49	0,0930
Tratamentos	3	972	324	4,50	3,07	0,0137
Erro	21	1512	72			
Total	31	3517,2				

a) (20%) Indique as hipóteses envolvidas para realização do teste F para tratamentos:

H_0: As cultivares de milho não se diferem vs H_a: Existe, pelo menos, uma diferença significativa entre as cultivares.

b) (30%) Faça um esboço e esquematize a distribuição do teste F para tratamentos, indicando as áreas críticas e regiões de aceitação e rejeição das hipóteses:

Um esboço do gráfico da distribuição F com no mínimo as indicações mostradas:



Sendo α=5% o nível de significância e onde ocorre os valores de $F_c > F_{t(3;\,21)} = 3{,}07$ (área hachurada).

c) (20%) Considerando que o SQErro = 1512,0 e que as médias dos tratamentos são m_A = 74, m_B = 85, m_C = 96 e m_A = 100, compare os tratamentos usando o teste de Tukey (5%), sendo q = 4,00 e $DMS = q\sqrt{\frac{QMErro}{r}}$:

$$DMS = q\sqrt{\frac{QMErro}{r}} = 4{,}00\sqrt{\frac{72}{8}} = 4{,}00\sqrt{9} = 4{,}00(3{,}0) = 12{,}0$$

m_D	100 a
m_C	96 ab
m_B	85 bc
m_A	74 c

d) (30%) Faça uma interpretação do resultado obtido pelo teste de Tukey (na letra c) e complete a tabela de análise da variância (no enunciado dessa questão).

Alguns dos resultados obtidos pelo teste de Tukey são: (15% aqui e 15% para os dados da tabela)

As cultivares C e D não se diferem;

A cultivar D difere das cultivares A e B;

A cultivar C difere somente de a cultivar A;

As cultivares B e C não se diferem.