

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
Programa de Pós-Graduação em Estatística e
Experimentação Agropecuária

Prova do Processo Seletivo para Mestrado 2017-1

Nº de inscrição do candidato: _____

- Utilizar APENAS o número de inscrição para identificar a sua prova;
- A interpretação das questões é parte da avaliação;
- Indique todos os cálculos organizadamente;
- São DEZ (10) questões, valendo UM (1) ponto cada, totalizando 10 pontos;
- O tempo máximo para a realização desta prova é de 4 horas;
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta (azul ou preta) e é permitido utilizar somente a calculadora.
- BOA SORTE !!

1) Calcule todos os valores de k para os quais f é uma função contínua em \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } x \leq k \\ x^2 & \text{se } x > k. \end{cases}$$

Para que a função f seja contínua, os limites laterais devem ser iguais, isto é,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow k^-} (x+2) &= \lim_{x \rightarrow k^+} (x^2) \end{aligned} \quad \text{(0,7 pts)}$$

$$k+2 = k^2 \Leftrightarrow k^2 - k - 2 = 0^*.$$

Portanto, os valores de k são as raízes da equação quadrática (*), isto é, $k = -1$ ou $k = 2$.

(0,3 pts)

2) Se f' for contínua, $f(2) = 0$ e $f'(2) = 7$, então calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+3x) + f(2+5x)}{x}.$$

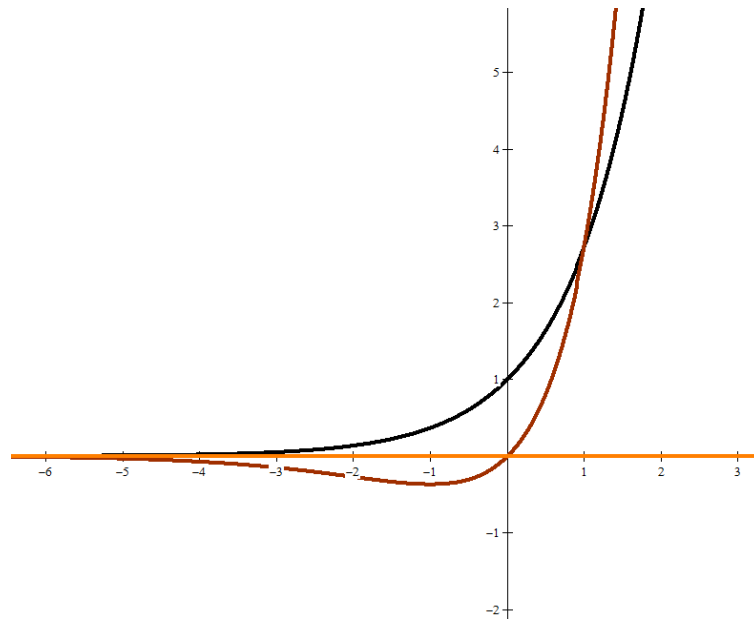
**** QUESTÃO ANULADA ****

Todos os candidatos receberam 1,0 ponto pela questão

3) Calcule a área da região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = xe^x$, no intervalo de $x = [0, 1]$.

Nota: $A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$; $\int u dv = uv - \int v du$.

Esboço do gráfico.



$$A = \int_0^1 [e^x - xe^x] dx = e^x \Big|_0^1 - \left[xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx \right] = e - 2. \quad \text{(1,0 ponto)}$$

4) Suponha que X seja uma variável aleatória binomial com $n = 25$ e $p = 0,80$.

a) Encontre a média, a variância e o desvio padrão de X . **(0,3 pts)**

$$E(X) = \mu = np = 25(0,80) = 20$$

$$Var(X) = \sigma^2 = np(1-p) = 25(0,80)(0,20) = 4;$$

$$DP(X) = \sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{25(0,80)(0,20)} = 2.$$

b) Calcule $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$, em que $E(X) = \mu$ (média) e $\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}$ (desvio padrão). **(0,35 pts)**

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = P(18 \leq X \leq 22) =$$

$$P(X = 18) + P(X = 19) + P(X = 20) + P(X = 21) + P(X = 22) = 0,7927.$$

c) Calcule $P(X > \mu + 2\sigma)$. **(0,35 pts)**

$$P(X > \mu + 2\sigma) = P(X > 24) = P(X = 25) = 0,0038.$$

Nota: Se $X \sim \text{Binomial}(n, p)$, $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, para $x = 0, 1, 2, \dots, n$

$$E(X) = \mu = np; \text{Var}(X) = \sigma^2 = np(1-p);$$

$$DP(X) = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{np(1-p)}$$

5) Uma enchedora automática está regulada para que o volume médio de líquido nos recipientes seja 750 cm^3 e o desvio padrão seja $7,5 \text{ cm}^3$. Pode-se admitir que a distribuição da variável “volume de líquido” é normal. Pede-se:

a) Qual a probabilidade de um recipiente selecionado ao acaso conter um volume de líquido menor do que $742,5 \text{ cm}^3$?

X : volume de líquido, em que X : Normal ($\mu = 750, \sigma = 7,5$)

$$P(X < 742,5) = P\left(Z < \frac{742,5 - 750}{7,5}\right) = P(Z < -1) = 0,1587 \quad \mathbf{(0,4 \text{ pts})}$$

b) Como critério de qualidade, o volume médio de uma amostra desses recipientes deve estar compreendido entre 747 e 753 cm^3 . Sabendo que foi usada uma amostra de 10 recipientes em uma inspeção, qual a probabilidade de a amostra estar dentro das especificações de qualidade?

\bar{X} : Volume médio de líquido de uma amostra de 10 recipientes.

\bar{X} : Normal ($\mu_{\bar{X}} = 750; \sigma_{\bar{X}} = \frac{7,5}{\sqrt{10}}$)

$$P(\text{amostra dentro espec.}) = P(747 < \bar{X} < 753) = P\left(\frac{747 - 750}{7,5/\sqrt{10}} < Z < \frac{753 - 750}{7,5/\sqrt{10}}\right)$$

(0,2 pts para o limite inferior e 0,2 pts para o limite superior)

$$= P(-1,27 < Z < 1,27) = 0,7959 \quad \mathbf{(0,2 \text{ pts})}$$

6) Uma amostra aleatória de dez barras energéticas de chocolate de certa marca tem, em média, 230 calorias com desvio-padrão de 15 calorias. Assuma que a distribuição da variável “quantidade de calorias” é aproximadamente normal. Determine os intervalos de confiança de 95% e 99% para a quantidade média real de calorias dessa barra energética. Discuta o efeito ocasionado pelo aumento do nível de confiança. Considere: $t_{0,025} = 2,26$ e $t_{0,005} = 3,25$.

X : quantidade de calorias, em que X : Normal.

$\bar{x} = 230$ e $s = 15$

$$IC_{95\%}(\mu): \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$IC_{95\%}(\mu): 230 \pm 2,26 \frac{15}{\sqrt{10}}$$

$$IC_{95\%}(\mu): 230 \pm 10,72012$$

$$IC_{95\%}(\mu): [219,2799; 240,7201] \quad \mathbf{(0,3 \text{ pts})}$$

$$IC_{99\%}(\mu): \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$IC_{99\%}(\mu): 230 \pm 3,25 \frac{15}{\sqrt{10}}$$

$$IC_{99\%}(\mu): 230 \pm 15,4161$$

$$IC_{99\%}(\mu): [214,5839; 245,4161] \quad \mathbf{(0,3 \text{ pts})}$$

Se diminuirmos α , ou seja, aumentarmos o nível de confiança, o quantil superior $t_{\frac{\alpha}{2}}$ irá aumentar e o erro de estimação será maior. Desta forma, com uma confiança maior, fixadas as demais quantidades, temos intervalos de confiança mais amplos. **(0,4 pts)**

7) Considere as afirmações a seguir a respeito do coeficiente de correlação, r , entre duas variáveis, X e Y .

- I. Se $r = 0$, as observações estão todas sobre uma linha reta crescente no diagrama de dispersão.
- II. Se $r > 0$, a variável X aumenta quando a variável Y aumenta.
- III. Se $r < 0$, a variável X decresce quando a variável Y decresce.
- IV. Se $r = 0$, não existe relação linear entre X e Y .

São corretas APENAS as afirmações:

- (X) a) II e IV **(1 ponto)**
() b) I e II
() c) III e IV
() d) II e III

8) Num experimento com plantas de eucalipto a parcela experimental constituiu-se de 4 linhas de plantio espaçadas de 3m, cada linha com 8 plantas espaçadas de 2m. A bordadura foi uma linha de cada lado da parcela e uma planta em cada extremidade.

Pede-se:

- a) Esquematize uma parcela no campo, destacando a área total da parcela, a área da parcela útil e a área da bordadura. **(0,3 pts)**

- Área total da parcela: $12 * 16 = 192m^2$
- Área da parcela útil: $6 * 12 = 72m^2$
- Área da bordadura: $192 - 72 = 120m^2$

- b) Calcule o número de plantas da parcela, da parcela útil e da bordadura.

- Número de plantas por parcela: $4 * 8 = 32$ **(0,1 pts)**
- Número de plantas na parcela útil: $2 * 6 = 12$ **(0,1 pts)**
- Número de plantas na bordadura: $32 - 12 = 20$ **(0,1 pts)**

c) Se no experimento foram estudadas 5 famílias de eucaliptos e foram feitas 4 repetições, quantas plantas foram utilizadas ao todo no experimento? Qual a área total destinada para a realização do experimento?

- Número de parcelas: $5 * 4 = 20$
- Número total de plantas: $32 * 20 = 640$ **(0,2 pts)**
- Área total do experimento: $192 * 20 = 3840m^2$ **(0,2 pts)**

9) Um experimento com a cultura de milho foi instalado no campo para comparar três cultivares. O delineamento foi em blocos ao acaso para controlar possível diferença de fertilidade do solo. Os resultados referentes às produtividades, em t/ha, das parcelas foram os seguintes:

Cultivares	Blocos					Totais de Cultivares
	1	2	3	4	5	
A	6,1	6,4	6,0	6,5	7,0	32,0
B	7,8	7,2	8,4	8,8	7,8	40,0
C	8,5	8,0	9,0	7,9	9,1	42,5
Totais de Blocos	22,4	21,6	23,4	23,2	23,9	G = 114,5

Pede-se:

a) Apresente o modelo estatístico do experimento, descrevendo todos os efeitos:
(0,2 pts)

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + e_{ij}$$

em que:

μ a média geral,

t_i o efeito do tratamento i , com $i = 1, 2, \dots, I$

b_j o efeito do bloco j , com $j = 1, 2, \dots, J$

e_{ij} é o erro experimental da parcela ij

b) Proponha a casualização para um experimento em DBC com $I = 3$ tratamentos e $J = 5$ blocos; **(0,2 pts)**

Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4	Bloco 5
A	C	C	B	B
C	A	B	A	C
B	B	A	C	A

c) Faça a análise de variância, aplique o teste F e discuta os resultados.

$$SQ_{total} = 6,1^2 + 7,8^2 + \dots + 9,1^2 - \frac{114,5^2}{15} = 889,41 - 874,02 = 15,39$$

$$SQ_{Cult} = \frac{(32^2 + 40^2 + 42,5^2)}{5} - 874,02 = 12,03$$

$$SQ_{Bloco} = \frac{(22,4^2 + \dots + 23,9^2)}{3} - 874,02 = 1,09$$

$$SQ_{erro} = 15,39 - 12,03 - 1,09 = 2,27$$

FV	GL	SQ	QM	F _C	F _t	
Cult	2	12,03	6,01	21,46 ^S	4,46	(0,2 pts)
Bloco	4	1,09	0,27	0,96 ^{NS}	3,84	(0,2 pts)
Erro	8	2,27	0,28			
Total	14	15,39				

Pelos resultados do teste F, houve diferença entre as cultivares e não houve diferença entre os blocos. **(0,2 pts)**

10) Um experimento com a cultura do feijão teve por objetivo avaliar o efeito de óleos essenciais extraídos de espécies vegetais, aplicados por fumigação, na qualidade fisiológica de sementes. O delineamento foi inteiramente ao acaso com 4 repetições. As espécies avaliadas foram: A. Alecrim, B. Andiroba, C. Arnica, D. Candeia e E. Copaíba. As médias dos tratamentos, em % de sementes germinadas, foram as seguintes:

Espécies	Germinação média
A	75,95
B	84,18
C	89,13
D	89,40
E	88,96
QM Erro Experimental	5,0593

O teste F da análise de variância foi significativo. Portanto, aplique o teste de Tukey ($\alpha = 5\%$) para as médias de germinação de feijão e discuta os resultados.

$$DMS = 4,37 * \sqrt{\frac{5,0593}{4}} = 4,91 \quad \text{(0,3 pts)}$$

Médias ordenadas e aplicação do teste:

D 89,40 *a*
 C 89,13 *a*
 E 88,96 *a b* **(0,4 pts)**
 B 84,18 *b*
 A 75,95 *c*

Médias seguidas por uma mesma letra não diferem entre si segundo o teste de Tukey ao nível de 5%. Assim as espécies D e C produzem efeitos iguais entre si e são superiores as demais. **(0,3 pts)**

Tabela 1 – Limites unilaterais de F ao nível de 5% de probabilidade

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24

n_1 = número de graus de liberdade do numerador e n_2 = número de graus de liberdade do denominador

Tabela 2 – Limites unilaterais de F ao nível de 1% de probabilidade

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056
2	98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39	99,40
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,35	27,23
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87
7	12,25	9,55	8,45	7,85	8,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13

n_1 = número de graus de liberdade do numerador e n_2 = número de graus de liberdade do denominador

Tabela 3 - Valores da amplitude total estudentizada (q), para uso no teste de Tukey, ao nível de 5% de probabilidade.

$n_2 \backslash n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	17,97	26,98	32,82	37,08	40,41	43,12	45,40	47,36	49,07
2	6,09	8,33	9,80	10,88	11,74	12,44	13,03	13,54	13,99
3	4,50	5,91	6,83	7,50	8,04	8,48	8,85	9,18	9,46
4	3,93	5,04	5,76	6,29	6,71	7,05	7,35	7,60	7,83
5	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	7,00
6	3,46	4,34	4,90	5,31	5,63	5,90	6,12	6,32	6,49
7	3,34	4,17	4,68	5,06	5,36	5,61	5,82	6,00	6,16
8	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,40	5,60	5,77	5,92
9	3,20	3,95	4,42	4,76	5,02	5,24	5,43	5,60	5,74
10	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,31	5,46	5,60
11	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,20	5,35	5,49
12	3,08	3,77	4,20	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,40
13	3,06	3,74	4,15	4,45	4,69	4,89	5,05	5,19	5,32
14	3,03	3,70	4,11	4,41	4,64	4,83	4,99	5,13	5,25
15	3,01	3,67	4,08	4,37	4,60	4,78	4,94	5,08	5,20
16	3,00	3,65	4,05	4,33	4,56	4,74	4,90	5,03	5,15
17	2,98	3,63	4,02	4,30	4,52	4,71	4,86	4,99	5,11
18	2,97	3,61	4,00	4,28	4,50	4,67	4,82	4,96	5,07
19	2,96	3,59	3,98	4,25	4,47	4,65	4,79	4,92	5,04
20	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,90	5,01
24	2,92	3,53	3,90	4,17	4,37	4,54	4,68	4,81	4,92
30	2,89	3,49	3,85	4,10	4,30	4,46	4,60	4,72	4,82
40	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	4,39	4,52	4,64	4,74
60	2,83	3,40	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65
120	2,80	3,36	3,69	3,92	4,10	4,24	4,36	4,47	4,56

n_1 = número de níveis do fator em estudo e n_2 = número de graus de liberdade do resíduo