

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS**  
**DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA**  
**Programa de Pós-Graduação em Estatística e**  
**Experimentação Agropecuária**

**Prova do Processo Seletivo para Mestrado 2019-2**

Nº de inscrição do candidato: \_\_\_\_\_

- Utilizar APENAS o número de inscrição para identificar a sua prova;
- A interpretação das questões é parte da avaliação;
- Indique todos os cálculos organizadamente;
- São DEZ (10) questões, valendo UM (1) ponto cada, totalizando 10 pontos;
- O tempo máximo para a realização desta prova é de 4 horas;
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta (azul ou preta) e é permitido utilizar somente a calculadora.
- BOA SORTE !!

**(Questão 1)** Dado os seguintes teoremas:

$$(1) \quad \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(2) \quad \sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Calcule  $\sum_{k=1}^{30} k(k+1)$ .

**(Questão 2)** O modelo logístico é dado pela equação  $y = \frac{L}{1+Ae^{-kt}}$  em que,  $y$  é a população no momento  $t$  ( $t \geq 0$ );  $A$ ,  $k$  e  $L$  são constantes positivas. Mostre que  $L$  representa o limite superior do tamanho da população. (**Dica:** considere a assíntota horizontal em  $y = L$ ).

**(Questão 3)** Considere uma variável aleatória discreta  $X$  cuja distribuição de probabilidade é dada na tabela a seguir:

$X$	1	2	3	5	8	13	21
$p(x)$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,20	0,05

Pede-se:

a) Calcule a média ( $\mu$ ) e a variância ( $\sigma^2$ ) de  $X$ .

b) Calcule  $P(X \leq \mu + 2\sigma)$ .

**Dados:**  $E(X) = \sum_x [xp(x)]$ ;  $Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$ .

**(Questão 4)** A respeito dos principais tipos de amostragem, é CORRETO AFIRMAR que:

- ( ) a amostragem sistemática possui um viés sistemático devido ao processo de seleção, sendo um tipo de amostragem não probabilística;
- ( ) na amostragem aleatória estratificada há a possibilidade de que nenhuma unidade de um ou mais estratos sejam selecionadas;
- ( ) a amostragem estratificada consiste em dividir toda a população ou o "objeto de estudo" em diferentes subgrupos ou estratos diferentes, de maneira que um indivíduo pode fazer parte de mais de um único estrato ou camada;
- ( ) na amostragem de conglomerados todos os conglomerados são sempre selecionados;
- ( ) a amostragem estratificada é geralmente mais eficiente do que a amostragem aleatória simples de mesmo tamanho.

**(Questão 5)** Considere a seguinte combinação linear  $Y$  dada por:

$$Y = X_1 + X_2 + X_3$$

em que,

$$X_1 \sim N(12; 0,02)$$

$$X_2 \sim N(24; 0,03)$$

$$X_3 \sim N(18; 0,04).$$

Calcule  $P(53,8 \leq Y < 54,2)$ .

**(Questão 6)** A proporção de homens e mulheres mais velhos, ou seja, de 65 anos de idade ou mais na força de trabalho, diminuiu de 1890 a 1990 em certo país, com a proporção de homens mais velhos tradicionalmente maior do que a proporção de mulheres mais velhas. No entanto, a partir de 1990, mais homens e mulheres escolheram não se aposentar aos 65 anos e ambas as proporções cresceram ligeiramente. Considere que uma agência de pesquisa fez uma projeção que indivíduos de 65 anos ou mais constituirão até 15% da força de trabalho no ano de 2020, em relação a 11,5% em 1992. Suponha que se tenha realizado um estudo sobre o emprego em 2017. Em uma amostra aleatória de 500 homens empregados, 90 eram mais velhos, e em uma amostra de 400 mulheres empregadas, 40 eram mais velhas. Realize um teste de hipótese apropriado para determinar se há evidência de que a verdadeira proporção de homens

mais velhos na força de trabalho seja 0,03 maior que a verdadeira proporção de mulheres mais velhas na força de trabalho. Use  $\alpha = 5\%$ . **Nota:** Não se esqueça de definir quais são as hipóteses a serem testadas e concluir corretamente.

$$\text{Dados: } Z_c = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

**(Questão 7)** Um experimento será realizado para avaliar cinco cultivares de soja com relação à produção de grãos e porcentagem de óleo, utilizando o delineamento inteiramente casualizado, com seis repetições. A parcela para a cultura da soja será constituída por quatro linhas (fileiras) de cinco metros de comprimento, espaçadas uma da outra por 0,50 metros. Como área útil será utilizada as duas linhas centrais eliminando-se 0,5 metros em ambas as extremidades. Pede-se:

- Faça um esboço (desenho) da parcela mostrando suas dimensões e localização da área útil e da bordadura:
- Calcule área total, a área útil e da bordadura da parcela:
- Se o pesquisador quiser ter uma população de plantas de 200.000 plantas por hectare ( $10.000\text{m}^2$ ), quantas plantas deverá ter na parcela? E por metro linear?
- Qual a área total do experimento?

**(Questão 8)** Um experimento foi realizado no delineamento inteiramente casualizado, com quatro repetições, para avaliar a qualidade de cinco marcas de cafés. Os valores médios de cada tratamento, relativos ao teor da enzima PFO (maiores valores indicam melhor qualidade), foram:

Marca	Médias
Caf	80
Cor	61
Mel	95
Tip	70
Vic	89

Pede-se:

- a) Sabendo-se que  $QM_{\text{Erro}} = 84,0$  e que  $q_{(4; 15)} = 4,08$ ;  $q_{(5; 15)} = 4,37$ ;  
 $q_{(5; 20)} = 4,23$ ;  $q_{(5; 12)} = 4,51$ ; aplique o teste de Tukey.

**Dado:**  $DMS = q_{[5\%; I; GL_{\text{Erro}}]} \sqrt{\frac{QM_{\text{Erro}}}{r}}$

- b) Faça uma interpretação dos resultados:  
 c) Pelo resultado do teste de Tukey responda:  
 (c.1) Qual(is) marcas diferem da marca Vic?  
 (c.2) Qual(is) marcas diferem da marca Caf?  
 (c.3) Qual(is) marcas não diferem da marca Vic?

**(Questão 9)** Um experimento está sendo planejado para avaliar o efeito de doses crescentes de adubo (0, 50, 100, 150 e 200) na produção e altura de plantas de três cultivares (A, B, C) de milho. Existe material suficiente para se utilizar quatro repetições e o terreno disponível para o experimento apresenta uma ligeira declividade, sugerindo a necessidade de se adotar algum controle local para isolar possível efeito de diferença na fertilidade do solo. Pede-se:

- a) Qual o delineamento experimental que deve ser utilizado? Justifique:  
 b) Quantos tratamentos existem no experimento?  
 c) Quais são os fatores que estão em estudo?  
 d) Quais os princípios básicos da experimentação que estão envolvidos nesse experimento?  
 e) Elabore o esquema para a análise da variância com fontes de variação (F.V.) e números de graus de liberdade (G.L.).  
 f) Qual teste deve ser utilizado para comparar os níveis do fator doses de adubo?  
 g) Apresente o esquema para análise da variância (somente F.V. e G.L.), quando existe interação significativa, e deseja-se comparar as doses do adubo dentro de cada cultivar.

**(Questão 10)** Um experimento foi realizado no delineamento em blocos casualizados, com quatro repetições, para comparar os efeitos de tipos de substratos na formação de mudas de cafeeiro, medida em altura, em cm. Os tratamentos utilizados e os totais de cada tratamento foram:

Tratamentos	Totais
1. A	100
2. B	180
3. C	160
4. D	120
5. E	140
Soma	700

Pede-se:

- a) Sabendo-se que na análise da variância tem-se que  $SQ_{total} = 1900,0$  e o  $QMBlocos = 100,0$  e os valores críticos de F tabelados  $F_{(3; 12)} = 3,45$ ;  $F_{(4; 12)} = 3,26$ ;  $F_{(5; 12)} = 3,11$ ;  $F_{(3; 15)} = 3,29$ ;  $F_{(4; 15)} = 3,06$ ; obtenha a análise da variância:

F.V	G.L.	S.Q.	Q.M.	$F_c$	$F_t$
Erro					
Total					

- b) Interprete o resultado do teste F para tratamentos:
- c) Faça um esboço gráfico e esquematize a distribuição do teste F para tratamentos, mostrando as áreas ou as regiões de rejeição ( $RRH_0$ ) e de não rejeição de  $H_0$  ( $RNRH_0$ ) para o teste F, indicando onde se localizam os valores de  $F_c$  e de  $F_{tab}$ .



