

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
Programa de Pós-Graduação em Estatística e
Experimentação Agropecuária

Prova do Processo Seletivo para Doutorado 2019-1

Nº de inscrição do candidato: _____

- Utilizar APENAS o número de inscrição para identificar a sua prova;
- A interpretação das questões é parte da avaliação;
- Indique todos os cálculos organizadamente;
- São DEZ (10) questões, valendo UM (1) ponto cada, totalizando 10 pontos;
- O tempo máximo para a realização desta prova é de 4 horas;
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta (azul ou preta) e é permitido utilizar somente a calculadora.
- BOA SORTE !!

1) Determine o maior valor da função $f(x, y) = e^{xy}$, considerando as restrições $x > 0$, $y > 0$ e $2x + 3y = 6$.

2) Dados os pontos $(x_1, y_1) = (1, 2)$, $(x_2, y_2) = (3, 4)$ e $(x_3, y_3) = (5, -1)$, obtenha a reta $y = ax + b$ que minimiza a soma de quadrados dos resíduos $\sum_{j=1}^3 (ax_j + b - y_j)^2$

(Método dos quadrados mínimos).

3) Determine k para que $f_{X,Y}$, apresentada a seguir, seja uma função densidade de probabilidade conjunta legítima:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k(2x^2y + y^2) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

4) Se X é uma variável aleatória absolutamente contínua com suporte $S_X = [0, 1]$ e função densidade $f_X(x) = 2x$, determinar a esperança e variância de X .

5) Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma população com função distribuição acumulada de probabilidade $F_X(x)$. Uma estatística muito utilizada é a estatística do máximo, definida como $T = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$. Essa estatística tem distribuição acumulada de probabilidade dada por $F_T(x) = [F_X(x)]^n$.

(a) Se X tem distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$, calcule a probabilidade

$$P[T > 0,81], \text{ considerando uma amostra de tamanho } n = 2.$$

(b) Se X tem distribuição exponencial com parâmetro θ , ou seja,

$$F_X(x) = 1 - e^{-\theta x}, \text{ suponha as seguintes hipóteses estatísticas:}$$

$$H_0: \theta = 1 \times H_1: \theta = 2. \text{ Deseja-se um teste para se optar por uma dessas}$$

hipóteses. Tomando como estatística de teste a estatística do máximo T , de uma amostra de tamanho $n = 2$, e regra de decisão dada por: recusar H_0 se $T \geq 3/2$,

calcular a taxa de erro tipo I desse teste.

6) Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição *normal* (μ, σ^2) . Um

estimador não viesado para σ^2 é dado por $S^2 = \left[\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 \right] / (n-1)$. No entanto,

o estimador de máxima verossimilhança para σ^2 é $\hat{\sigma}^2 = \left[\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 \right] / n$.

Determine o viés desse estimador, ou seja, $E[\sigma^2 - \hat{\sigma}^2]$. (Sugestão: multiplique e divida por $n-1$).

7) Uma pesquisa avaliou a composição química da biomassa da cultivar de capim elefante BRS capiaçu, em diferentes idades de corte. Os resultados obtidos foram os seguintes.

x	50	65	80	95	110
y	8,7	7,9	8,1	6,6	5,6

em que: x é a idade de corte, em dias; y é o teor de proteína bruta (PB), em porcentagem.

O estudo de regressão forneceu os seguintes resultados:

$$\hat{y}_i = 11,38 - 0,05x_i$$

$$r = -0,9443$$

(a) Interprete, em termos práticos, os parâmetros da equação estimada.

(b) O que indica a estimativa negativa do coeficiente de correlação?

8) Um experimento teve por objetivo avaliar o efeito de sete rações sobre o ganho de peso (em Kg) de suínos. Foram utilizados animais de três linhagens diferentes e a parcela foi constituída de um animal. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Linhagens	Rações							Totais
	A	B	C	D	E	F	G	
1	20	23	25	17	18	25	11	139
2	22	24	27	19	20	27	17	156
3	18	18	28	14	17	18	12	125
Totais	60	65	80	50	55	70	40	420

- Faça a análise de variância do experimento.
- Aplice os testes F com 5% de significância. Considere em todos os casos $F_{tabelado} = 6,0$.
- Estime o erro padrão das médias das rações.
- Estime o erro padrão das médias das linhagens.
- Quais médias foram estimadas com maior precisão, as das rações ou as das linhagens? Justifique.

9) No delineamento em blocos casualizados (DBC) o modelo estatístico é dado por:

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + e_{ij},$$

em que μ é o efeito da média geral sob algumas restrições; t_i é o efeito do tratamento i ; b_j é o efeito do bloco j e e_{ij} é o erro experimental associado a cada observação y_{ij} .

- Qual é o significado do erro experimental no modelo?
- Quais são as pressuposições básicas exigidas para o erro experimental do modelo de modo que a análise de variância possa ser aplicada com sucesso e tenha resultados válidos?
- Quais são os testes que podem ser aplicados para verificação de cada pressuposição?

(d) Matricialmente este modelo pode ser escrito por:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Supondo que um experimento possui 2 tratamentos e 3 blocos escreva a matriz X e o vetor β .

10) Foi conduzido um experimento em blocos casualizados com cinco repetições no esquema de parcela subdividida para comparar três variedades de cana-de-açúcar (A, B, C), colocadas nas parcelas e cinco métodos de preparo do solo (O, P, Q, R, S), colocados nas subparcelas. A análise de variância e o teste F indicou que os fatores foram independentes, ou seja, a interação Variedades * Métodos foi não significativa. As médias, em t/ha, das produtividades das variedades e dos métodos, com as respectivas DMS de Tukey e coeficientes de variação, foram as seguintes:

- Variedades de cana-de-açúcar:

$$\bar{Y}_A = 118, \quad \bar{Y}_B = 104, \quad \bar{Y}_C = 140; \quad DMS = 15;$$

$$CV_{Variedades} = 12,5\%$$

- Métodos de preparo do solo:

$$\bar{Y}_O = 134, \quad \bar{Y}_P = 137, \quad \bar{Y}_Q = 115, \quad \bar{Y}_R = 110, \quad \bar{Y}_S = 120; \quad DMS = 12;$$

$$CV_{Métodos} = 9,3\%$$

- (a) Com base no teste de Tukey recomende a melhor variedade de cana-de-açúcar bem como o melhor método de preparo do solo.
- (b) Elabore um conjunto de contrastes ortogonais para os métodos de preparo do solo.
- (c) Discuta a precisão do experimento.
- (d) Explique o motivo do coeficiente de variação da parcela ser maior que o da subparcela.